

ALGEBRA I

Harjoitus 10, kevät 2006

Seuraavassa ryhmäteoriaan liittyviä kertaustehtäviä:

1. Olkoon G ryhmä ja M sekä N ryhmän G normaaleja aliryhmiä.
Todista: Jos $M \cap N = \{e\}$, niin $xy = yx$ aina, kun $x \in M$ ja $y \in N$.
2. Ovatko ryhmät $(\mathbb{Z}_4, +)$ ja (\mathbb{Z}_9^*, \cdot) isomorfiset?
3. Ovatko ryhmät $(\mathbb{Z}_4, +)$ ja (\mathbb{Z}_8^*, \cdot) isomorfiset?
4. Olkoot a ja x ryhmän G alkioita ja $x^2 = 1$ sekä $xax = a^3$. Osoita, että $a^8 = 1$.
5. Olkoon n positiivinen kokonaisluku, p alkuluku ja φ Eulerin funktio. Osoita, että $n \mid \varphi(p^n - 1)$.