

ALGEBRA I

Harjoitus 12, kevät 2006

1. Tutki polynomin $[1]x^3 + [1]x^2 + [2] \in \mathbb{Z}_3[x]$ jaollisuutta.
2. Olkoon $ax^3 + bx^2 + cx + d \in K[x]$ astetta kolme oleva jaoton polynomi (K on kunta). Osoita että myös $dx^3 + cx^2 + bx + a$ on jaoton polynomi.
3. Olkoon K äärellinen kunta ja $\text{char}K=2$. Osoita, että $(a + b)^2 = a^2 + b^2$ aina, kun a ja b ovat K :n alkioita.
4. Ratkaise yhtälö
$$[5]x^2 - [6]x + [1] = [0]$$
kunnassa $(\mathbb{Z}_{19}, +, \cdot)$.
5. Rengasta R sanotaan Boolean renkaaksi, mikäli $x^2 = x$ aina, kun $x \in R$. Osoita, että Boolean rengas on kommutatiivinen.