

ALGEBRA I

Harjoitus 5, kevät 2006

1. Merkitään $2\mathbb{Z} = \{2n \mid n \in \mathbb{Z}\}$. Osoita, että $(2\mathbb{Z}, +)$ on ryhmä.
2. Kirjoita ryhmän $(\mathbb{Z}_6, +)$ ryhmätaulu.
3. Kirjoita ryhmän $(\mathbb{Z}_9^*, \bullet)$ ryhmätaulu.
4. Merkitään $S = \{2n + 1 \mid n \in \mathbb{Z}\} \cup \{0\}$. Onko $(S, +)$ ryhmä?
5. Osoita, että $(\mathbb{Z}, *)$ on ryhmä, kun $(*)$ määritellään seuraavasti:
$$a * b = a + b - 1.$$
6. Olkoon G ryhmä ja e sen neutraalialkio. Oletetaan lisäksi, että $g^2 = e$ aina, kun $g \in G$. Osoita, että G on Abelin ryhmä.