

ALGEBRA I

Harjoitus 8, kevät 2006

1. Ryhmällä $(\mathbb{Z}_{15}^*, \cdot)$ on normaali syklinen aliryhmä $N = \langle [4] \rangle$. Muodosta tekijäryhmän \mathbb{Z}_{15}^*/N ryhmätaulu.
2. Olkoon $G = \langle a \rangle$ kertalukua yhdeksän oleva syklinen ryhmä. Osoita, että $K = \{e, a^3, a^6\}$ on G :n normaali aliryhmä. Muodosta tekijäryhmän G/K ryhmätaulu.
3. Onko tehtävän 1. ryhmällä \mathbb{Z}_{15}^* kertalukua neljä olevaa normaalia aliryhmää? Myönteisessä tapauksessa muodosta vastaava tekijäryhmä.
4. Onko tehtävän 2. ryhmällä G kertalukua kaksi olevaa normaalia aliryhmää? Jos on, niin muodosta vastaava tekijäryhmä.
5. Olkoon G ryhmä ja $M \trianglelefteq G$ sekä $N \trianglelefteq G$. Osoita, että $M \cap N \trianglelefteq G$.