

ALGEBRA I

Harjoitus 9, kevät 2006

1. Olkoon G Abelin ryhmä ja $f : G \rightarrow G$, $f(a) = a^2$.
Osoita, että f on ryhmähomomorfismi.
2. Olkoon $G = \mathbb{Z}_7^*$ ja f kuten tehtävässä 1. Määrää $Im(f)$ ja $Ker(f)$.
3. Olkoon G Abelin ryhmä ja $f : G \rightarrow G$, $f(a) = a^{-1}$.
Osoita, että f on ryhmähomomorfismi.
4. Olkoon G ryhmä ja olkoon kuvaus $f : G \rightarrow G$, $f(a) = a^{-1}$
ryhmähomomorfismi. Osoita, että G on Abelin ryhmä.
5. Millaisia ryhmähomomorfismeja voit laatia ryhmältä $(\mathbb{Z}_{15}^*, \bullet)$ ryhmälle $(\mathbb{Z}_5, +)$?
(Vihje: Käytä homomorfismien peruslausetta.)