

KOMPLEKSIANALYYSI I

Harjoitus 1, kevät 2006

1. Osoita, että $z_1(z_2 + z_3) = z_1z_2 + z_1z_3$ aina, kun $z_1, z_2, z_3 \in \mathbb{C}$.
2. Osoita, että kompleksiluvuille z_1 ja z_2 pätee $z_1z_2 = 0 \Leftrightarrow z_1 = 0$ tai $z_2 = 0$.
3. Laske
 - a) i^k , kun $k = 0, 1, 2, \dots$.
 - b) i^{-k} , kun $k = 0, 1, 2, \dots$.
4. Määräää $\operatorname{Re}z$ ja $\operatorname{Im}z$, kun
 - a) $z = (2+3i)(-3+2i)$,
 - b) $z = \frac{4+2i}{3-4i}$,
 - c) $z = \overline{(1+i)} \cdot \frac{1}{(2-i)}$.
5. Osoita, että $\overline{z_1z_2} = \overline{z_1} \overline{z_2}$ aina, kun $z_1, z_2 \in \mathbb{Q}$.
6. Ratkaise z yhtälöstä
 - a) $(3+4i)\bar{z} = 1 - 2i$,
 - b) $iz + 2\bar{z} = 3 - i$,
 - c) $z^2 = -5 + 12i$.
7. Osoita, että $|z_1 - z_2| = |1 - \bar{z}_1z_2|$, kun $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ ja $|z_1| = 1$ tai $|z_2| = 1$.