

Koulumatematiikan perusteet

Harjoitus 4, kevät 2006

1. Määrää sellaiset kokonaisluvut x ja y , että $127x - 87y = 1$.
2. Osoita, että jos p on alkuluku, $a, b \neq 0$ kokonaislukuja ja $p \mid ab$, niin $p \mid a$ tai $p \mid b$.
3. Osoita, että $[-m, n] = -[m, n]$ ja $[pm, pn] = [m, n]$ kaikilla $[m, n] \in \mathbb{Q}$ ja $p \in \mathbb{Z}$, $p \neq 0$.
4. Osoita, että rationaaliluvut toteuttavat *tiheysominaisuuden*:

Jos $[a, b], [c, d] \in \mathbb{Q}$ ja $[a, b] < [c, d]$, niin on olemassa sellainen $[m, n] \in \mathbb{Q}$, että

$$[a, b] < [m, n] < [c, d].$$

5. Osoita, että rationaaliluvut toteuttavat *Arkhimedeen ominaisuuden*:

Jos $[a, b]$ ja $[c, d]$ ovat positiivisia rationaalilukuja, niin on olemassa sellainen kokonaisluku $[p, 1]$, että

$$[a, b] \cdot [p, 1] > [c, d].$$

(Vihje: olkoot a, b, c, d positiivisia ja $p = 2bc$.)

6. Rationaaliluvun $\frac{m}{n}$ sanotaan olevan supistetussa muodossa, jos $\text{syt}(m, n) = 1$. Esitä supistetussa muodossa rationaaliluvut

$$\frac{84}{24}, \frac{15}{81}, \frac{-289}{17} \text{ ja } \frac{3701}{2311}.$$

7. Määrää seuraavien rationaalilukujen desimaalikehitelmät. Tarkista vastaukset saattamalla saadut desimaaliluvut takaisin muotoon $\frac{m}{n}$.

$$(a) \frac{4}{5} \quad (b) \frac{3}{8} \quad (c) \frac{2}{3} \quad (d) \frac{5}{7} \quad (e) \frac{3}{11}.$$