

## ALGEBRA II

### Harjoitus 11, kevät 2007

1. Osoita, että  $f(x) = x^2 - 3 \in \mathbb{Q}(\sqrt{2})$  on jaoton.
2. Osoita, että  $\mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt{3}) = \mathbb{Q}(\sqrt{2} + \sqrt{3})$ .
3. Määrää sellainen polynomi  $f(x) \in \mathbb{Z}[x]$ , että  $f(\sqrt{2} + \sqrt{3}) = 0$ .
4. Olkoon  $K$  kunta ja  $|K| = 2^5$ . Kuinka monta primitiivistä alkioita kunnassa  $K$  on?
5. Olkoon  $K$  paritonta kertalukua oleva kunta ja  $A = \{x^2 | x \in K\}$ . Osoita, että joukon  $A$  alkioden lukumäärä on  $= \frac{|K| + 1}{2}$ .