

## Algebra II

Harjoitus 7 kevät 2007

1. Äärellisen kunnan  $K$  ykkösalkion additiivista kertalukua sanotaan kunnan  $K$  karakteristikaksi ja sitä merkitään  $\text{char}K$ . Osoita, että  $\text{char}K$  on alkuluku.
2. Olkoon  $K$  kunta. Osoita, että  $K[x]$  on pääideaalirengas.
3. Osoita, että polynomi  $f(x) = [1]x^4 + [1]x + [1] \in \mathbb{Z}_2[x]$  on jaoton.
4. Tutki polynomin  $g(x) = [1]x^4 + [1]x^2 + [1] \in \mathbb{Z}_2[x]$  jaollisuutta.
5. Osoita, että polynomi  $p(x) = [1]x^2 + [1]x + [1] \in \mathbb{Z}_2[x]$  on jaoton. Laajenna kunta  $\mathbb{Z}_2$  neljän alkion kunnaksi polynomin  $p(x)$  avulla.