

KOMPLEKSIANALYYSI I

Harjoitus 1, kevät 2007

- Osoita, että $z_1(z_2 + z_3) = z_1z_2 + z_1z_3$ aina, kun $z_1, z_2, z_3 \in \mathbb{C}$.
- Osoita aksiomien $K1 - K9$ avulla, että $z0 = 0z = 0$ aina, kun $z \in \mathbb{C}$.
 - Osoita, että kompleksiluvuille z_1 ja z_2 pätee $z_1z_2 = 0 \Leftrightarrow z_1 = 0$ tai $z_2 = 0$.
- Laske
 - i^k , kun $k = 0, 1, 2, \dots$.
 - i^{-k} , kun $k = 0, 1, 2, \dots$.
- Määrä $\operatorname{Re}z$ ja $\operatorname{Im}z$, kun
 - $z = (2+3i)(-3+2i)$,
 - $z = \frac{4+2i}{3-4i}$,
 - $z = \overline{(1+i)} \cdot \frac{1}{(2-i)}$.
- Osoita, että $\overline{z_1z_2} = \overline{z_1} \overline{z_2}$ aina, kun $z_1, z_2 \in \mathbb{Q}$.
- Ratkaise z yhtälöstä
 - $(3+4i)\bar{z} = 1-2i$,
 - $iz + 2\bar{z} = 3-i$,
 - $z^2 = -5+12i$.