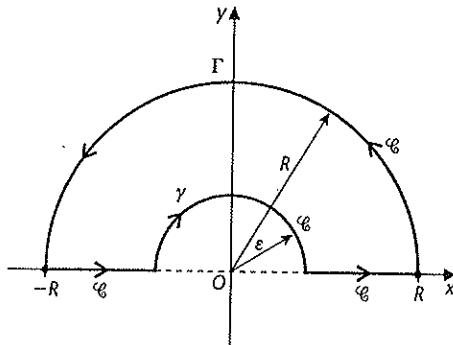


KOMPLEKSIANALYysi II

Harjoitus 2, kevät 2007

- Tutki onko funktiolla $f(z) = \frac{1}{z}$ integraalifunktiota alueessa $\mathbb{C} \setminus \{0\}$.
- Tarkastellaan käyrää, joka koostuu kuvion mukaisista osakäyristä.



Osoita, että $\left| \int_{\Gamma} \frac{e^{iz}}{z} dz \right| \rightarrow 0$, kun $R \rightarrow \infty$ ja $\int_{\gamma} \frac{e^{iz}}{z} dz = -i\pi$. Osoita näiden tulosten avulla, että $\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx = \frac{\pi}{2}$.

- Laske seuraavat käyräintegraalit

- $\int_{\gamma} \frac{\sin z}{z - i} dz$, kun $\gamma(t) = 2e^{it}$, $t \in [0, 2\pi]$,
- $\int_{\gamma} \frac{\sin h z}{z - \pi i} dz$, kun $\gamma(t) = \pi i + 2e^{it}$, $t \in [0, 2\pi]$.

- Määräää $\int_{\gamma} \frac{e^z}{z(z - 2i)} dz$, kun
 - $\gamma(t) = e^{it}$, $t \in [0, 2\pi]$,
 - $\gamma(t) = 3e^{it}$, $t \in [0, 2\pi]$.

- Laske $\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{e^{az}}{z^2 + 1} dz$, kun $\gamma(t) = 3e^{it}$, $t \in \mathbb{R}$, kun $a \in \mathbb{R}$ on vakio, jolle $a > 0$.
- Laske $\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{e^{az}}{(z^2 + 1)^2} dz$, kun a ja γ ovat kuten tehtävässä 5.