

## Koulumatematiikan perusteet

Harjoitus 4, kevät 2007

1. Määrää sellaiset kokonaisluvut  $x$  ja  $y$ , että  $127x - 87y = 1$ .
2. Osoita, että jos  $p$  on alkuluku,  $a, b \neq 0$  kokonaislukuja ja  $p \mid ab$ , niin  $p \mid a$  tai  $p \mid b$ .
3. Osoita, että  $[-m, n] = -[m, n]$  ja  $[pm, pn] = [m, n]$  kaikilla  $[m, n] \in \mathbb{Q}$  ja  $p \in \mathbb{Z}$ ,  $p \neq 0$ .
4. Osoita, että rationaaliluvut toteuttavat *tiheysominaisuuden*:

Jos  $[a, b], [c, d] \in \mathbb{Q}$  ja  $[a, b] < [c, d]$ , niin on olemassa sellainen  $[m, n] \in \mathbb{Q}$ , että

$$[a, b] < [m, n] < [c, d].$$

5. Osoita, että rationaaliluvut toteuttavat *Arkhimedeen ominaisuuden*:

Jos  $[a, b]$  ja  $[c, d]$  ovat positiivisia rationaalilukuja, niin on olemassa sellainen kokonaisluku  $[p, 1]$ , että

$$[a, b] \cdot [p, 1] > [c, d].$$

(Vihje: olkoot  $a, b, c, d$  positiivisia ja  $p = 2bc$ .)

6. Rationaaliluvun  $\frac{m}{n}$  sanotaan olevan supistetussa muodossa, jos  $\text{syt}(m, n) = 1$ . Esitä supistetussa muodossa rationaaliluvut

$$\frac{84}{24}, \frac{15}{81}, \frac{-289}{17} \text{ ja } \frac{3701}{2311}.$$

7. Määrää seuraavien rationaalilukujen desimaalikehitelmät. Tarkista vastaukset saattamalla saadut desimaaliluvut takaisin muotoon  $\frac{m}{n}$ .

$$(a) \frac{4}{5} \quad (b) \frac{3}{8} \quad (c) \frac{2}{3} \quad (d) \frac{5}{7} \quad (e) \frac{3}{11}.$$