ALGEBRA I
Harjoitus 11, kevät 2008

1. Ovatko ryhmät $(\mathbb{Z}_4, +)$ ja $(\mathbb{Z}_9^*, \cdot)$ isomorfiset?

2. Ovatko ryhmät $(\mathbb{Z}_4, +)$ ja $(\mathbb{Z}_8^*, \cdot)$ isomorfiset?

3. Olkoon $\alpha, \beta \in S_4$, $\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, $\beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$.
   Määrää $\alpha \circ \beta$ ja β^{-1}.

4. Määrää permutaatioiden
   $\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$, $\beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ generoimien
   ryhmien $< \alpha >$ ja $< \beta >$ kertaluvut.

5. Tarkastellaan ryhmää S_3, jonka alkioita ovat permutaatiot
   $e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, $\sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$, $\sigma_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$,
   $\sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$, $\sigma_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $\sigma_5 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.
   Ratkaise tässä ryhmässä yhtälö $\sigma_1 \circ x = \sigma_5$. Tutki, ovatko joukot $H_1 = \{e, \sigma_4\}$ ja $H_2 = \{e, \sigma_1, \sigma_2\}$ ryhmän S_3 normaaleja aliryhmiä.