

# ALGEBRA I

Harjoitus 13, kevät 2008

1. Olkoot  $M$  ja  $N$  renkaan  $R$  ideaaleja. Osoita, että myös  $M \cap N$  on renkaan  $R$  ideaali.
  
2. Määrää renkaan  $(\mathbb{Z}_6, +, \cdot)$  kaikki ideaalit. Mitkä näistä ideaaleista ovat maksimaalisia?
  
3. Olkoon  $M = \{3x + 3yi \mid x, y \in \mathbb{Z}\}$ .
  - a) Osoita, että  $M$  on renkaan  $\mathbb{Z}[i]$  ideaali.
  - b) Osoita, että  $M$  on renkaan  $\mathbb{Z}[i]$  maksimaalinen ideaali.Huom:  $\mathbb{Z}[i]$  on määritelty H12T3!
  
4. Tarkastellaan rengasta  $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$  ja sen ideaaleja  $I = (12)$  ja  $J = (21)$ . Millainen ideaali on  $I \cap J$ ?