

# ALGEBRA I

Harjoitus 14, kevät 2008

1. Olkoon  $E = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 \in \mathbb{Q}\}$ . Tutki, onko  $(E, +, \cdot)$  kunta.
2. Olkoon  $K$  äärellinen kunta ja  $\text{char}K=2$ . Osoita, että  $(a+b)^2 = a^2 + b^2$  aina, kun  $a$  ja  $b$  ovat  $K$ :n alkioita.
3. Määrää polynomien  $[2]x^2 + [1]x + [1]$  ja  $[4]x + [3]$  tulo renkaassa  $\mathbb{Z}_8[x]$ .
4. Tutki polynomin  $[1]x^3 + [1]x^2 + [2] \in \mathbb{Z}_3[x]$  jaollisuutta.
5. Olkoon  $ax^3 + bx^2 + cx + d \in K[x]$  astetta kolme oleva jaoton polynomi ( $K$  on kunta). Osoita, että myös  $dx^3 + cx^2 + bx + a$  on jaoton polynomi.
6. Määrää kaikki astetta kaksi olevat jaottomat polynomit renkaassa  $\mathbb{Z}_2[x]$ .
7. Ratkaise yhtälö
$$[5]x^2 - [6]x + [1] = [0]$$
kunnassa  $(\mathbb{Z}_{19}, +, \cdot)$ .