

ALGEBRA I

Harjoitus 1, kevät 2008

1. Luku $2^{71} + 15$ jaetaan luvulla $2^{67} - 3$. Mikä on jakojäännös? (Tässä ei tarvita laskinta!)
2. a) Esitä luku 417_8 kymmenjärjestelmän lukuna.
b) Esitä luku 417_8 binäärijärjestelmän lukuna.
3. a) Esitä luku 123_{10} kahdeksanjärjestelmän lukuna.
b) Esitä luku 1100011_2 kahdeksanjärjestelmän lukuna.
4. Todista: Jos $n \geq 3$ ja $n^2 + 2$ on alkuluku, niin $3|n$.
5. Olkoon n positiivinen kokonaisluku. Osoita, että luku $n(n^2 + 2)$ on jaollinen luvulla 3.
6. Olkoon $n \in \mathbb{Z}_+$. Näytä, että
 - a) $x^n - y^n = (x - y)(x^{n-1} + x^{n-2}y + \dots + xy^{n-2} + y^{n-1})$,
 - b) $x^n + y^n = (x + y)(x^{n-1} - x^{n-2}y + \dots - xy^{n-2} + y^{n-1})$, kun $2 \nmid n$.
7. Todista: Jos $2^n - 1$ on alkuluku, niin myös n on alkuluku.
8. Olkoot x ja y luonnollisia lukuja, p alkuluku sekä $p = x^3 + y^3$. Mitä voit sanoa luvuista x , y ja p ?