

# ALGEBRA I

Harjoitus 2, kevät 2008

1. Määrää lukua 110 pienemmät alkuluvut.
2. Mitkä seuraavista kokonaislukujen jaollisuutta koskevista väitteistä ovat oikeita:
  - a)  $k|m$  ja  $k|n \Rightarrow k^2|mn$ ,
  - b)  $k|m \Rightarrow k|mn$ ,
  - c)  $k|(m+n) \Rightarrow k|m$  tai  $k|n$ .
3. Määrää *syt* ja *pyj* seuraaville luvuille ja esitä *syt* näiden kokonaislukujen lineaarikombinaationa:
  - a) 478 ja 212,    b) 201 ja 1024.
4. Määrää sellaiset kokonaisluvut  $r$  ja  $s$ , että  $1841r + 3647s = 1$ .
5. Todista: Jos  $\text{syt}(a, b) = 1$  ja  $a|bc$ , niin  $a|c$ .  
(Vihje: Käytä lausetta 1.6.)
6. Todista: Jos  $c|ab$ , niin  $c|\text{syt}(a, c)b$ .
7. Osoita, että alkulukuja on ääretön määrä.  
(Vihje: Jos alkulukuja olisi vain äärellinen määrä, ne voitaisiin luetella:  $p_1, p_2, \dots, p_k$ . Tarkastele sitten lukua  $m = p_1 p_2 \cdots p_k + 1$  ja johda ristiriita.)