

ALGEBRA I

Harjoitus 3, kevät 2008

1. Osoita, että $31|2^{341} - 2$.
2. Määrää luvun 7^{2002} viimeinen numero.
3. Osoita, että luku $7^{4n} + 9^{2n+1}$ päättyy aina samaan numeroon ($n=0,1,2,\dots$).
4. a) Todista oikeaksi yhdeksän jaollisuussääntö.
b) Todista oikeaksi yhdentoista jaollisuussääntö.
5. Todista seuraava tulos:
Luonnollinen luku on jaollinen luvulla 4, jos sen kahden viimeisen numeron muodostama luku on jaollinen luvulla 4.
6. Osoita, että luku $L=19\ 175\ 478\ 641\ 335$ ei ole minkään luonnollisen luvun neliö.
(Vihje: Tarkastele luonnollisia lukuja ja niiden neliöitä modulo 4).
7. Osoita, että lukua $n=871\ 632\ 975\ 117\ 723$ ei voida esittää kahden luonnollisen luvun neliöiden summana.