

ALGEBRA I

Harjoitus 6, kevät 2008

1. Kirjoita ryhmän $(\mathbb{Z}_6, +)$ ryhmätaulu.
2. Kirjoita ryhmän $(\mathbb{Z}_9^*, \bullet)$ ryhmätaulu.
3. Kirjoita ryhmän $(\mathbb{Z}_{12}^*, \bullet)$ ryhmätaulu. Määrää lisäksi jokaiselle alkiole sen käänteisalkio.
4. Määrää seuraavien ryhmien kertaluvut:
 - a) \mathbb{Z}_{27}^* ,
 - b) \mathbb{Z}_{252}^* ,
 - c) \mathbb{Z}_{2000}^* ,
 - d) \mathbb{Z}_{1776}^* .
5. Totea, että $[39]$ on ryhmän \mathbb{Z}_{980}^* alkio. Määrää alkion $[39]$ käänteisalkio ko. ryhmässä.
6. Olkoon G ryhmä ja e sen neutraali-alkio. Oletetaan lisäksi, että $g^2 = e$ aina, kun $g \in G$. Osoita, että G on Abelin ryhmä.
7. Olkoon G ryhmä ja $(xy)^3 = x^3y^3$ sekä $(xy)^5 = x^5y^5$ aina, kun $x, y \in G$. Osoita, että G on Abelin ryhmä.
8. Olkoot a ja x ryhmän G alkioita ja $x^2 = 1$ sekä $xax = a^3$. Osoita, että $a^8 = 1$.