

ALGEBRA I

Harjoitus 8, kevät 2008

1. Tutki ovatko seuraavat ryhmät syklisiä.
a) (\mathbb{Z}_8^*, \cdot) , b) $(\mathbb{Z}_{18}^*, \cdot)$, c) $(\mathbb{Z}_{12}^*, \cdot)$.
2. Määrää kertalukua 6 olevan syklisen ryhmän $G = \langle a \rangle$ kaikki aliryhmät.
3. Osoita, että syklinen ryhmä on aina Abelin ryhmä.
4. Luku 44^{49} jaetaan luvulla 105. Mikä on jakojäännös?
5. Määrää luvun 4^{52} kaksi viimeistä numeroa.
6. Määrää luvun 7^{11999} kolme viimeistä numeroa.
7. Tarkastellaan lukuja 9, 99, 999, 9999, jne. Onko näiden lukujen joukossa sellaista, joka on jaollinen luvulla 71?
8. Osoita, että $(p-1)! \equiv -1(p)$ aina, kun p on alkuluku ($p \in \mathbb{P}$).
9. Olkoon n positiivinen kokonaisluku ja p alkuluku. Osoita, että $n | \varphi(p^n - 1)$.