

## Algebra II

Harjoitus 8, kevät 2008

1. Osoita, että polynomi  $f(x) = [1]x^2 + [1]$  on jaoton polynomirenkaassa  $\mathbb{Z}_{83}[x]$ .
2. Olkoon  $K$  kunta ja  $\text{char}K = p$ . Osoita, että  $(a + b)^p = a^p + b^p$  aina, kun  $a, b \in K$ .
3. Oletukset kuten tehtävässä 2. Osoita, että  $(a + b)^{p^n} = a^{p^n} + b^{p^n}$ .
4. Olkoon  $K$  kunta ja  $f(x) \in K[x]$ . Todista: Jos  $a \in K$ , niin  $x - a$  jakaa polynomin  $f(x) - f(a)$ .
5. Osoita, että  $p(x) = [1]x^3 + [1]x^2 + [1] \in \mathbb{Z}_2[x]$  on jaoton. Merkitse  $\alpha = x + (p(x))$  ja konstruoi laajennus  $E = \mathbb{Z}_2[x]/(p(x))$ . Onko  $\alpha$  primitiivinen alkio kunnassa  $E$ ?