

# DIFFERENTIAALIYHTÄLÖT II

## Harjoitus 6 kevät 2008

1. Määrää seuraavien funktioiden Laplace-muunnokset

$$\text{a) } f(t) = 2t^2 - 3t + 4; \quad \text{b) } f(t) = 2 \sin t + 3 \cos 2t.$$

2. Määrää funktioiden

$$\text{a) } f(t) = t^2 \sin bt; \quad \text{b) } f(t) = e^{-2t} \sin 5t$$

Laplace-muunnokset.

3. Määrää a)  $\mathcal{L}([t])$ ; b)  $\mathcal{L}(t - [t])$ , missä  $[t] = \max\{n \in \mathbb{Z} \mid n \leq t\}$ .

4. Määrää ne funktiot, joiden Laplace-muunnokset ovat

$$\text{a) } \frac{30}{s^4}; \quad \text{b) } \frac{2}{s+3}; \quad \text{c) } \frac{1}{s^2+s}.$$

5. Määrää a)  $\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{4}{s^3} + \frac{6}{s^2+4}\right)$ ; b)  $\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s^4+s^2}\right)$ .

6. Ratkaise seuraavat alkuarvotehtävät Laplace-muunnosten avulla

$$\begin{aligned} \text{a) } y' - 2y &= e^{5t}, & y(0) &= 3; \\ \text{b) } y' + 2y &= \cos t, & y(0) &= 1. \end{aligned}$$

7. Ratkaise yhtälö

$$x'(t) + x(t) + \int_0^t e^{t-u} x(u) du = 0$$

alkuehdolla  $x(0) = 1$ .