

DIFFERENTIAALIYHTÄLÖT II

Harjoitus 7 kevät 2008

1. Määrää Laplace-muunnoksen avulla differentiaaliyhtälön

$$y'' + 6y' + 5y = t$$

yleinen ratkaisu.

2. Määrää funktion $f(t) = \int_0^t (t-u)e^{3u} du$ Laplace-muunnos.

3. Määrää Fourier-muunnos $\mathcal{F}(f(t))$ kun $f(t)$ on

$$\text{a) } H(a - |t|), \quad a > 0, \quad \text{b) } \cos t \cdot H\left(\frac{\pi}{2} - |t|\right),$$

$$\text{missä } H(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0. \end{cases}$$

4. Olkoon $f(t) = e^{-a|t|}$, $a > 0$, $t \in \mathbb{R}$. Määrää $f * f$.

5. Ratkaise muuttujien erottamismenetelmällä reuna-arvoprobleema

$$\begin{cases} u_t = k u_{xx}, & t > 0, \quad 0 < x < 1, \\ u(x, 0) = 3 \sin \pi x - 5 \sin 4\pi x, & 0 \leq x \leq 1, \\ u(0, t) = u(1, t) = 0, & t \geq 0. \end{cases}$$

6. Ratkaise muuttujien erottamismenetelmällä reuna-arvoprobleema

$$\begin{cases} u_t = k u_{xx}, & t > 0, \quad 0 < x < 1, \\ u(x, 0) = 1 - x, & 0 \leq x \leq 1, \\ u(0, t) = 1, \quad u(1, t) = 0, & t \geq 0. \end{cases}$$