

# KOMPLEKSIANALYYSI I

## Harjoitus 1, kevät 2008

- Osoita, että  $z_1(z_2 + z_3) = z_1z_2 + z_1z_3$  aina, kun  $z_1, z_2, z_3 \in \mathbb{C}$ .
- Osoita aksiomien  $K1 - K9$  avulla, että  $z0 = 0z = 0$  aina, kun  $z \in \mathbb{C}$ .
  - Osoita, että kompleksiluvuille  $z_1$  ja  $z_2$  pätee  $z_1z_2 = 0 \Leftrightarrow z_1 = 0$  tai  $z_2 = 0$ .
- Laske
  - $i^k$ , kun  $k = 0, 1, 2, \dots$ .
  - $i^{-k}$ , kun  $k = 0, 1, 2, \dots$ .
- Määrä  $\operatorname{Re}z$  ja  $\operatorname{Im}z$ , kun
  - $z = (2 - 3i)(4 + i)$ ,
  - $z = \frac{4 - 2i}{3 + 4i}$ ,
  - $z = \overline{(1 + i)} \cdot \frac{1}{(2 - i)}$ .
- Osoita, että  $\overline{z_1z_2} = \overline{z_1} \overline{z_2}$  aina, kun  $z_1, z_2 \in \mathbb{Q}$ .
- Ratkaise  $z$  yhtälöstä
  - $(3 + 4i)\bar{z} = 2 + 5i$ ,
  - $iz + 2\bar{z} = 3 - i$ ,
  - $z^2 = 3 + 4i$ .