

# KOMPLEKSIANALYYSI I

## Harjoitus 2, kevät 2008

1. Olkoot  $z$  ja  $w \in \mathbb{C}$  ja  $|w| = 1$ . Osoita, että  $|1 - \bar{z}w| = |z - w|$ .
2. Osoita, että joukko  $\{z \in \mathbb{C} \mid |z - z_0| > r\}$  on avoin ( $z_0 \in \mathbb{C}, r > 0$  annettuja).
3. Määrää lausekkeen  $|z^2 + 2z|$  suurin ja pienin arvo joukossa  $S_1(0) (= \{z \mid |z| = 1\})$ .
4. Määrää ne kompleksiluvut  $z \in \mathbb{C}$ , joille

$$\left| \frac{z - 3}{z + 3} \right| = 2.$$

5. Olkoon  $A = \{i, \frac{i}{2}, \frac{i}{3}, \dots\} \subset \mathbb{C}$ . Tutki onko  $A$  rajoitettu, suljettu, avoin. Määrää  $A^0, A'$  ja  $cl(A)$ .
6. Olkoot  $a_0, \dots, a_n \in \mathbb{R}$ , joille  $a_0 > a_1 > \dots > a_n > 0$ . Olkoon  $z \in \mathbb{C}$  yhtälön  $a_0 + a_1 z + \dots + a_n z^n = 0$  juuri. Osoita, että  $|z| > 1$ .