

KOMPLEKSIANALYYSI I

Harjoitus 3, kevät 2008

- Kompleksitason suora kulkee pisteiden $2 - i$ ja $3 + 4i$ kautta. Määrää suoran yhtälö muodossa
 - $\{x + iy \mid ax + by = c\}$ ja
 - $\{z \in \mathbb{C} \mid \bar{\alpha}z + \alpha\bar{z} = d\}$.
- Osoita, että kiekko $D_r(z_0)$ on konvekksi.
- Määrää luvun $z \in \mathbb{C}$ napakoordinaatit, kun
 - $z = -3i$,
 - $z = \sqrt{3} - i$,
 - $z = -2 + i\sqrt{12}$.
- Laske $(1 - i\sqrt{3})^{15}$ ja $(1 + i)^{11}$ ja $\frac{(1 + i)^4}{(1 - i\sqrt{3})^5}$.
- Olkoon $z \in \mathbb{C}, |z| = 1, z \neq -1$. Osoita, että z voidaan esittää muodossa $z = \frac{1 + it}{1 - it}$ jolloin $t \in \mathbb{R}$.
- Osoita, että kolme eri kompleksilukua z_1, z_2 ja z_3 ovat samalla suoralla, jos ja vain, jos $\frac{z_3 - z_1}{z_2 - z_1} \in \mathbb{R}$.