

KOMPLEKSIANALYYSI II

Harjoitus 1, kevät 2008

1. Laske käyräintegraali $\int_{\gamma} \frac{dz}{(z - z_0)^n}$, kun $n = 2, 3, \dots$, kun γ on suljettu säännöllinen käyrä, jolla
 - a) z_0 on käyrän γ rajaaman alueen ulkopuolella,
 - b) z_0 on käyrän γ rajaaman alueen sisäpiste.
2. Laske integraali $\int_{\gamma} \frac{1}{z - z_0} dz$, kun $\gamma = \{z | z = z_0 + re^{it}, t \in [0, 2\pi]\}$ ($r > 0$ vakio).
3. Määrää seuraavien funktioiden integraalifunktiot
 - a) $f(z) = \sin z \cos z$,
 - b) $f(z) = \sin 2z \cos z$,
 - c) $f(z) = ze^{2z}$,
 - d) $f(z) = z^2 \sin z$,
 - e) $f(z) = z \sin z^2$.
4. Osoita, että $\int_0^{2\pi} e^{\cos t} \cos(t + \sin t) dt = 0$ ja $\int_0^{2\pi} e^{\cos t} \sin(t + \sin t) dt = 0$.