

KOMPLEKSIANALYYSI II

Harjoitus 2, kevät 2008

1. Laske seuraavat käyräintegraalit

a) $\int_{\gamma} \frac{\sin z}{z-i} dz$, kun $\gamma(t) = 2e^{it}$, $t \in [0, 2\pi]$,

b) $\int_{\gamma} \frac{\sin h z}{z-\pi i} dz$, kun $\gamma(t) = \pi i + 2e^{it}$, $t \in [0, 2\pi]$.

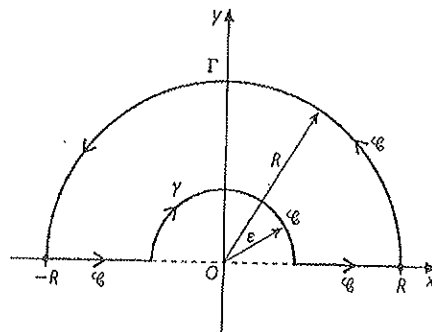
2. Määrä $\int_{\gamma} \frac{e^z}{z(z-2i)} dz$, kun

a) $\gamma(t) = e^{it}$, $t \in [0, 2\pi]$, b) $\gamma(t) = 3e^{it}$, $t \in [0, 2\pi]$.

3. Laske $\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{e^{az}}{z^2+1} dz$, kun $\gamma(t) = 3e^{it}$, $t \in \mathbb{R}$, kun $a \in \mathbb{R}$ on vakio, jolle $a > 0$.

4. Laske $\frac{1}{2\pi i} \int \frac{e^{az}}{(z^2+1)^2} dz$, kun a ja γ ovat kuten tehtävässä 3.

5. Tarkastellaan käyrää, joka koostuu kuvion mukaisista osakäyristä.



Osoita, että $\left| \int_{\Gamma} \frac{e^{iz}}{z} dz \right| \rightarrow 0$, kun $R \rightarrow \infty$ ja $\int_{\gamma} \frac{e^{iz}}{z} dz = -i\pi$. Osoita näiden tulosten avulla, että $\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx = \frac{\pi}{2}$.