KOMPLEKSIANALYYSI II

Harjoitus 5, kevät 2008

1. Olkoon $f(z) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} \frac{k^3}{3^k} z^k$. Määrää $f^{(9)}(0)$.

2. Määrää funktion $f(z) = e^z - 1 - \sin z$ nollakohdan $z = 0$ kertaluku.

3. Jatka funktio f analyyttisesti mahdollisimman laajaan alueeseen, kun
$$f(z) = \sum_{k=1}^{\infty} k z^{k-1}.$$

4. Lausu funktio $f(z) = \sin z$, Taylor-sarjana pisteessä $z = \frac{\pi}{4}$.

5. Olkoon $f(z) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{2^{k+1}}$ ja $g(z) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} \frac{(z-i)^k}{(2-i)^{k+1}}$. Osoita, että g on f:n analyyttinen jatke.

6. Määrää funktion $f(z) = \frac{z-1}{z(z^2+1)}$ navat ja singulaariset osat navoissa.

7. Määrää funktion $f(z) = \frac{\sin^2 z}{z^4}$ navan $z = 0$ kertaluku ja määrää f:n singulaarinen osa tässä navassa.