

KOMPLEKSIANALYYSI II

Harjoitus 6, kevät 2008

1. Lausu funktio $f(z)$ Laurent-sarjana pisteessä $z = 0$ ja tutki millainen erikoispiste $z = 0$ on funktiolle $f(z)$, kun

a) $f(z) = \frac{1 - \cos z}{z}$, b) $f(z) = \frac{e^{z^2}}{z^3}$.

2. Määrää funktion $f(z) = \frac{1}{z(z+1)(z+2)}$ Laurent-kehitemmä alueissa

a) $0 < |z| < 1$, b) $1 < |z| < 2$, c) $|z| > 2$.

3. Lausu funktio $f(z)$ Laurent-sarjana pisteessä $z = 0$ ja tutki millainen erikoispiste $z = 0$ on funktiolle $f(z)$, kun

a) $f(z) = \frac{1 - \cos z}{z}$, b) $f(z) = \frac{e^{z^2}}{z^3}$.

4. Määrää funktion $f(z) = \frac{1}{z(z+1)(z+2)}$ Laurent-kehitemmä alueissa

a) $0 < |z| < 1$, b) $1 < |z| < 2$, c) $|z| > 2$.

5. Määrää seuraavien funktioiden erikoispisteet ja niihin liittyvät residyt, kun

a) $f(z) = \frac{2z + 1}{z^2 - z - 2}$, b) $f(z) = \frac{z^2 + 4}{z^3 + 2z^2 + 2z}$, c) $f(z) = \frac{\sin z}{z^2}$.