

ALGEBRA I

Harjoitus 8, kevät 2009

1. a) Onko ryhmä $(\mathbb{Z}_{15}^*, \cdot)$ syklinen?
b) Määrää ryhmän $(\mathbb{Z}_{15}^*, \cdot)$ kaikki aliryhmät.
2. Määrää kertalukua 6 olevan syklisen ryhmän $G = \langle a \rangle$ kaikki aliryhmät.
3. Luku 44^{49} jaetaan luvulla 105. Mikä on jakojäännös?
4. Määrää luvun 41^{41} kaksi viimeistä numeroa.
5. Määrää luvun 7^{11999} kolme viimeistä numeroa.
6. Tarkastellaan lukuja 9, 99, 999, 9999, jne. Onko näiden lukujen joukossa sellaista, joka on jaollinen luvulla 71?
7. Osoita, että $(p-1)! \equiv -1(p)$ aina, kun p on alkuluku ($p \in \mathbb{P}$).
8. Olkoon n positiivinen kokonaisluku ja p alkuluku. Osoita, että $n | \varphi(p^n - 1)$.