

## ALGEBRA I

Harjoitus 10, kevät 2009

1. Olkoon  $G$  Abelin ryhmä ja  $f : G \rightarrow G$ ,  $f(a) = a^2$ .  
Osoita, että  $f$  on ryhmähomomorfismi.
2. Olkoon  $G = \mathbb{Z}_7^*$  ja  $f$  kuten tehtävässä 1. Määrä  $Im(f)$  ja  $Ker(f)$ .
3. Olkoon  $G$  Abelin ryhmä ja  $f : G \rightarrow G$ ,  $f(a) = a^{-1}$ .  
Osoita, että  $f$  on ryhmähomomorfismi.
4. Olkoon  $G$  ryhmä ja olkoon kuvaus  $f : G \rightarrow G$ ,  $f(a) = a^{-1}$   
ryhmähomomorfismi. Osoita, että  $G$  on Abelin ryhmä.
5. Millaisia ryhmähomomorfismeja voit laatia ryhmältä  $(\mathbb{Z}_{15}^*, \cdot)$  ryhmälle  $(\mathbb{Z}_5, +)$ ?  
(Vihje: Käytä homomorfismien peruslausetta.)
6. Ovatko ryhmät  $(\mathbb{Z}_4, +)$  ja  $(\mathbb{Z}_9^*, \cdot)$  isomorfiset?
7. Ovatko ryhmät  $(\mathbb{Z}_4, +)$  ja  $(\mathbb{Z}_8^*, \cdot)$  isomorfiset?