ALGEBRA I

Harjoitus 14, kevät 2009

1. Osoita, että $I = \{[0], [3], [6], [9]\}$ on renkaan $\mathbb{Z}_{12}$ ideaali. Määrää tekijärenkaan $\mathbb{Z}_{12}/I$ alkiot ja laskutaulukot. Onko $(\mathbb{Z}_{12}/I, +, \cdot)$ kunta?

2. Määrää polynomien $[2]x^2 + [1]x + [1]$ ja $[4]x + [3]$ tulo renkaassa $\mathbb{Z}_8[x]$.

3. Tutki polynomin $[1]x^3 + [1]x^2 + [2] \in \mathbb{Z}_3[x]$ jaollisuutta.

4. Olkoon $ax^3 + bx^2 + cx + d \in K[x]$ astetta kolme oleva jaoton polynomi (K on kunta). Osoita, että myös $dx^3 + cx^2 + bx + a$ on jaoton polynomi.

5. Määrää kaikki astetta kaksi olevat jaottomat polynomit renkaassa $\mathbb{Z}_2[x]$.

6. Jaa polynomi $f(x) = [1]x^3 + [1]x^2 + [1]x + [1]$ tekijöihin renkaassa $\mathbb{Z}_3[x]$.

7. Ratkaise yhtälö
$$[5]x^2 - [6]x + [1] = [0]$$
kunnassa $(\mathbb{Z}_{19}, +, \cdot)$.