

Koulumatematiikan perusteet

Harjoitus 5

1. Määrää seuraavien rationaalilukujen desimaalikehitelmät. Tarkista vastaukset saattamalla saadut desimaaliluvut takaisin muotoon $\frac{m}{n}$.

$$(a) \frac{4}{5} \quad (b) \frac{3}{8} \quad (c) \frac{2}{3} \quad (d) \frac{5}{7} \quad (e) \frac{3}{11}.$$

2. Osoita, että supistetussa muodossa olevan rationaaliluvun desimaalikehitelmä on päättyvä, jos ja vain jos sen nimittäjällä ei ole muita alkutekijöitä kuin 2 tai 5.
3. Osoita, että jos $a \in \mathbb{Z}_+$, niin $\sqrt[n]{a}$ ($n \geq 2$), on irrationaaliluku, ellei ole olemassa sellaista luonnollista lukua b , että $a = b^n$.
4. Olkoot $\frac{m}{n}$ ja $\frac{r}{s}$ rationaalilukuja ja $\frac{r}{s} \neq 0$. osoita, että $\frac{m}{n} + \frac{r}{s}\sqrt{2}$ on irrationaaliluku.
5. Mitkä seuraavista väitteistä ovat tosia? (Tarkat perustelut.)
 - (a) Jos x on rationaaliluku ja y on irrationaaliluku, niin $x + y$ on irrationaaliluku.
 - (b) Jos x ja y ovat rationaalilukuja, niin $x + y$ on rationaaliluku.
 - (c) Jos x on irrationaaliluku ja y on rationaaliluku, niin $x + y$ on irrationaaliluku.
 - (d) Jos x ja y ovat irrationaalilukuja, niin $x + y$ on irrationaaliluku.
6. Osoita, että $\sqrt{3} + \sqrt[3]{4}$ on irrationaalinen.