

ALGEBRA I

Harjoitus 1, kevät 2010

1. Luku $2^{71} + 15$ jaetaan luvulla $2^{67} - 3$. Mikä on jakojäännös? (Tässä ei tarvita laskinta!)
2. a) Esitä luku 417_8 kymmenjärjestelmän lukuna.
b) Esitä luku 417_8 binäärijärjestelmän lukuna.
3. a) Esitä luku 123_{10} kahdeksanjärjestelmän lukuna.
b) Esitä luku 1100011_2 kahdeksanjärjestelmän lukuna.
4. Mitkä seuraavista kokonaislukujen jaollisuutta koskevista väitteistä ovat oikeita:
 - a) $k|m$ ja $k|n \Rightarrow k^2|mn$,
 - b) $k|m \Rightarrow k|mn$,
 - c) $k|(m+n) \Rightarrow k|m$ tai $k|n$.
5. Määrää lukua 110 pienemmät alkuluvut.
6. Olkoon $n \in \mathbb{Z}_+$. Näytä, että
 - a) $x^n - y^n = (x - y)(x^{n-1} + x^{n-2}y + \dots + xy^{n-2} + y^{n-1})$,
 - b) $x^n + y^n = (x + y)(x^{n-1} - x^{n-2}y + \dots - xy^{n-2} + y^{n-1})$, kun $2 \nmid n$,
 - c) $x^n - y^n = (x + y)(x^{n-1} - x^{n-2}y + \dots + xy^{n-2} - y^{n-1})$, kun $2 \mid n$.
7. Todista: Jos $2^n - 1$ on alkuluku, niin myös n on alkuluku.
Osoita, että käänteinen väite ei pidä paikkaansa.
(Jos n on alkuluku, niin $2^n - 1$ on alkuluku.)
8. Olkoot x ja y luonnollisia lukuja, p alkuluku sekä $p = x^3 + y^3$. Mitä voit sanoa luvuista x , y ja p ?