

## KOMPLEKSIANALYYSI II

Harjoitus 1, kevät 2010

- Laske käyräintegraali  $\int_{\gamma} \frac{dz}{(z - z_0)^n}$ , kun  $n = 2, 3, \dots$ , kun  $\gamma$  on suljettu säännöllinen käyrä, jolla
  - $z_0$  on käyrän  $\gamma$  rajaaman alueen ulkopuolella,
  - $z_0$  on käyrän  $\gamma$  rajaaman alueen sisäpiste.
- Laske integraali  $\int_{\gamma} \frac{1}{z - z_0} dz$ , kun  $\gamma = \{z | z = z_0 + re^{it}, t \in [0, 2\pi]\}$  ( $r > 0$  vakio).
- Määrää seuraavien funktioiden integraalifunktiot
  - $f(z) = \sin z \cos z$ ,
  - $f(z) = \sin 2z \cos z$ ,
  - $f(z) = ze^{2z}$ ,
  - $f(z) = z^2 \sin z$ ,
  - $f(z) = z \sin z^2$ ,
  - $f(z) = e^z \sin z$ .
- Osoita, että  $\int_0^{2\pi} e^{\cos t} \cos(t + \sin t) dt = 0$  ja  $\int_0^{2\pi} e^{\cos t} \sin(t + \sin t) dt = 0$ .
- Olkoon  $f$  alueessa  $A$  analyyttinen funktio ja olkoon  $\gamma$  alueessa  $A$  sijaitsevan monikulmion reunakäyrä (positiivinen suunnistus). Osoita, että  $\int_{\gamma} f(z) dz = 0$ .