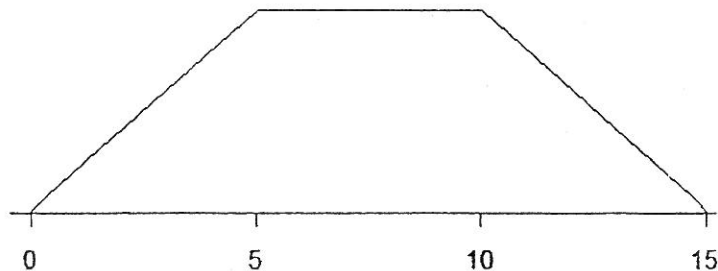


806109 TILASTOTIETEEN PERUSMENETELMÄT I  
Harjoitus 10, kevät 2010

1. Määritellään satunnaismuuttujaan  $X$  liittyvä todennäköisyysjakauma seuraavasti:



- a) Mitä arvoja satunnaismuuttuja  $X$  voi saada?
- b) Arvioi todennäköisyyttä tapahtumalle  $X$  on pienempi kuin viisi.
- c) Arvioi todennäköisyyttä tapahtumalle  $5 \leq X < 10$ .
- d) Mikä on muuttujan  $X$  jakauman mediaani?
- e) Onko jakauman odotusarvo 5?
- f) Mikä on todennäköisyys tapahtumalle  $X = 10$  ( $P(X = 10)$ )?
2. Eräällä professorilla on tapana jatkaa luentoa vielä varsinaisen päättymisajan jälkeen. Tämän yliajan ( $=X$ , min.) on opiskelijoiden tekemien mittauksen perusteella todettu noudattavan likimain tasaista jakaumaa välillä 0:sta 10:een.
- a) Esitä  $X$ :n tiheysfunktio ja kertymäfunktio ja piirrä niiden kuvaajat.
- b) Mikä on todennäköisyys, että luento menee yliajalle  
b1) korkeintaan kaksi minuuttia, b2) yli kuusi minuuttia ?
- c) Laske  $X$ :n odotusarvo ja varianssi.
3. Vierailijoiden viipymisajan ( $=X$ ) erään yrityksen kotisivulla on todettu noudattavan likimain eksponenttijakaumaa keskimääräisen viipymisajan ( $=$ odotusarvon) ollessa 2.5 minuuttia.
- a) Miten suuri osa vierailijoista viipyy yrityksen sivuilla  
a1) korkeintaan 15 sekuntia, a2) vähintään viisi minuuttia,  
a3) kolmesta kymmeneen minuuttia?
- b) Mikä on todennäköisyys, että vierailija, joka on viipynyt yrityksen sivuilla jo kymmenen minuuttia, viipyy sivuilla vielä yli viisi minuuttia?
- c) Määrää viipymisajan mediaani ja varianssi.

4. Satunnaismuuttuja  $Z \sim N(0, 1)$ . Määrää seuraavat todennäköisyydet:

- a )  $P(Z > 0)$ ,
- b )  $P(Z \geq 0)$ ,
- c )  $P(Z > 0.54)$ ,
- d )  $P(Z > -2.27)$ ,
- e )  $P(Z < -1.87)$ ,
- f )  $P(Z \leq 1.42)$ ,
- g )  $P(|Z| > 1.7)$ ,
- h )  $P(-0.65 \leq Z \leq 0.30)$ ,
- i )  $P(Z > 3.98)$ .

5. Satunnaismuuttuja  $Z \sim N(0, 1)$ . Määrää  $z$  siten, että

- a )  $P(Z \geq z) = 0.5$ ,
- b )  $P(Z \geq z) = 0.2643$ ,
- c )  $P(Z \leq z) = 0.8729$ ,
- d )  $P(Z \leq z) = 0.1500$ .

6. Erääseen tautiin sairastuneet pyritään seulomaan esiin koko väestöstä. Tähän käytetään laboratoriotestiä, jonka tulos noudattaa normaalijakaumaa sekä tautia sairastavien että terveen väestön joukossa. Kummassakin joukossa testituloksen keskihajonta on 10. Terveillä testin keskiarvo on 120 ja tautia sairastavilla 155. Testattava henkilö joutuu jatkotutkimuksiin, jos hänen testituloksensa on suurempi kuin asetettu raja-arvo. Kuinka monta prosenttia a) terveistä ja b) kuinka monta prosenttia tautia sairastavista joutuu jatkotutkimuksiin, jos rajaksi asetetaan 140?

7. Tyttöjen pituus 18 vuoden iässä on keskimäärin 165 cm ja pituuden keskihajonta on 6 cm. Oletetaan, että ko. pituus noudattaa normaalijakaumaa.

- a) Millä todennäköisyydellä satunnaisesti valitun 18-vuotiaan tytön pituus on välillä 163-169 cm?
- b) Mikä on sellainen pituus, jota pidempiä on 10% kaikista 18-vuotiaista tytöistä?

8. Erään soveltuvuustestin tulokset noudattavat likimain normaalijakaumaa keskiarvona 82 pistettä ja keskihajontana 12 pistettä. Mikä tulee asettaa hyväksymisrajaksi, jos halutaan, että testin läpäisee

- a) 15 %
- b) 80 %

testatuista?