

806109 TILASTOTIETEEN PERUSMENETELMÄT I
Harjoitus 12, kevät 2010

1. Eräiden kukansiementen itävyysprosentti on 82. Millä todennäköisyydellä tuhannesta kylvetystä siemenestä vähintään 80 prosenttia itää?
2. Olkoon (X_1, X_2) satunnaisotos jakaumasta, jonka odotusarvo on μ ja varianssi σ^2 , μ ja σ^2 tuntemattomia.
Tarkastellaan kolmea μ :n piste-estimaattoria

$$U = \frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{2}X_2, \quad V = \frac{1}{4}X_1 + \frac{3}{4}X_2, \quad \text{ja} \quad Y = \frac{1}{3}X_1 + \frac{2}{3}X_2$$

- a) Laske U :n, V :n ja Y :n odotusarvot. Mikä/mitkä em. estimaattoreista ovat harhattomia μ :n estimaattoreita.
 - b) Mikä estimaattoreista on tehokkain ts. millä estimaattoreista on pienin varianssi?
 - c) Satunnaisotoksen realisaatiossa saadaan luvut 5 ja 10. Määrä parametrin μ piste-estimaatti.
3. Halutaan estimoida erään ruokakaupan asiakkaiden keskimääräinen viipymisaika liikkeessä ($= \mu$). Kuudentoista satunnaisesti valitun asiakkaan otoksesta saatiin viipymisaikojen keskiarvoksi 25 minuuttia. Oletetaan, että viipymisaika ($= x$) noudattaa normaalijakaumaa ja oletetaan (aiempien tulosten perusteella), että σ ($=$ viipymisaikojen keskihajonta populaatiossa) on 6 minuuttia.
 - a) Määrä μ :lle piste-estimaatti.
 - b) Määrä μ :lle b1) 90%:n, b2) 95%:n luottamusväli. Tulkitse saadut välit.
 - c) Mikä pitäisi otoskoon olla, jos haluttaisiin, että μ :n c1) 90%:n, c2) 95%:n luottamusvälin pituus olisi korkeintaan neljä minuuttia ts. virhemarginaali olisi korkeintaan kaksi minuuttia?
 4. Muuttujan x tiedetään noudattavan populaatiossa normaalijakaumaa $N(\mu, 17^2)$. n :n suuruisessa satunnaisotoksessa ko. populaatiosta x :n keskiarvoksi ($= \bar{x}$) saatiin 123.
 - a) Määrä μ :lle ($=$ populaation keskiarvo) 90%:n luottamusväli, jos otoskoko n on a1) 9, a2) 36, a3) 100.
 - b) Miten otoskoon kasvaminen vaikuttaa virhemarginaaliin? Vertaile a)-kohdassa saatuja tuloksia.
 - c) Miten luottamustason ($= 1 - \alpha$) kasvattaminen vaikuttaa virhemarginaaliin? Määrä esim. μ :n 95%:n luottamusväli, kun $n = 9$ ja vertaa saatua väliä a1)-kohdassa saatuun.

5. Kuljetusyritys haluaa estimoida keskimääräisen ajoajan paikasta A paikkaan B. Kymmenen kuljetuksen satunnaisotoksesta saatiin seuraavat ajoajat (min.):
49, 52, 55, 46, 48, 56, 49, 52, 53, 51

Oletetaan, että ajoaika noudattaa normaalijakaumaa $N(\mu, \sigma^2)$, missä μ ja σ^2 ovat tuntemattomia.

- a) Määrää μ :lle piste-estimaatti.
b) Määrää μ :lle b1) 95%:n, b2) 99%:n luottamusväli. Tulkitse tulokset.

Kuljetusyritys ilmoittaa asiakkailleen keskimääräiseksi ajoajaksi A:sta B:hen 50 minuuttia. Kommentoi tätä väitettä b)-kohdassa saamiesi luottamusvälien perusteella.

- c) Kuljetusyritys on kiinnostunut myös ajoaikojen keskihajonnasta ($= \sigma$).
c1) Määrää σ :lle piste-estimaatti.
c2) Määrää σ :lle 98%:n luottamusväli ja tulkitse se.

6. Linja-autoyhtiö haluaa estimoida opiskelijalipulla matkustavien osuutta kaikista linjalla XX kulkevista matkustajista ($= \pi$).

- a) 800 linjan XX satunnaisesti valitusta matkustajasta 440 matkusti opiskelijalipulla.
a1) Määrää parametrin π piste-estimaatti.
a2) Määrää parametrille π 99%:n luottamusväli ja tulkitse se.
b) Mikä pitäisi otoskoon vähintään olla, jotta π :n 95%:n luottamusvälin pituus olisi korkeintaan viisi prosenttiyksikköä?

7. Jarkko vastaa tentissä viiteen väittämään (vastausvaihtoehtoina tosi ja epätosi). Valitaan otossuureeksi oikeiden vastausten lukumäärä Jarkon viidessä vastauksessa ($=X$).

- a) Mikä on X :n todennäköisyysjakauma, jos oletetaan, että Jarkko vastaa väitteisiin arvaamalla?
b) Laske a)-kohdan oletustilanteessa $P(X < 1)$.
c) Jarkon vastauksista on neljä oikein ja yksi väärin. Merkitsevyydestin avulla halutaan ottaa kantaa siihen, vastasiko Jarkko väitteisiin arvaamalla. Nollahypoteesina testauksessa on se, että Jarkko arvasi vastaukset. Vastahypoteesi puolestaan väittää, että Jarkon vastaukset perustuivat tietoon. Määrää ko. merkitsevyydestin p-arvo.

Huom.: Muista R-harjoitukset viikolla 15:

Harjoitusryhmät:

MA KLO 12.15 - 13.45 (M304)

MA KLO 14.15 - 15.45 (M304)

TI KLO 14.15 - 15.45 (M302) (*ryhmä suunnattu biologeille*)

TI KLO 14.15 - 15.45 (M304)

KE KLO 12.15 - 13.45 (M302)

TO KLO 08.15 - 09.45 (M302) (*ryhmä suunnattu biologeille*)

TO KLO 10.15 - 11.45 (M304)

TO KLO 14.15 - 15.45 (M304)

PE KLO 08.15 - 9.45 (M302) (*ryhmä suunnattu biologeille*)

PE KLO 10.00 - 11.30 (M302) Huomaa aloitusaika!

Vastauksia tehtäviin: 1) 0.9501, 2) b) U c) 7.5

3) a) 25 b) b1) (22.54,27.46) b2) (22.06,27.94) c) c1) 25 c2) 35

4) a) a1) (113.65,132.35) a2) (118.33,127.68) a3) (120.20,125.81)

c) (111.89,134.11)

5) a) 51.1 b) b1) (48.85,53.35) b2) (47.87,54.33) c1) 3.14 c2) (2.025,6.522)

6) a) a1) 0.55 a2) (0.505,0.595) b) 1537

7) b) 0.03125 c) 0.1875