

KOMPLEKSIANALYYSI I

Harjoitus 1, kevät 2011

- Osoita, että $(z_1 z_2) z_3 = z_1 (z_2 z_3)$ aina, kun $z_1, z_2, z_3 \in \mathbb{C}$.
- Osoita, että $z \cdot 0 = 0, z \in \mathbb{C}$,
 - $z_1(-z_2) = -(z_1 z_2), z_1, z_2 \in \mathbb{C}$.
 - Osoita, että kompleksiluvuille z_1 ja z_2 pätee $z_1 z_2 = 0 \Leftrightarrow z_1 = 0$ tai $z_2 = 0$.
- Laske
 - i^k , kun $k = 0, 1, 2, \dots$.
 - i^{-k} , kun $k = 0, 1, 2, \dots$.
- Määrä $\operatorname{Re} z$ ja $\operatorname{Im} z$, kun
 - $z = (2 - 3i)(-5 + 2i)$,
 - $z = \frac{4 + 2i}{3 - 4i}$,
 - $z = \overline{(1 + i)} \cdot \frac{1}{(2 - i)}$.
- Osoita, että $\overline{z_1 z_2} = \overline{z_1} \overline{z_2}$ aina, kun $z_1, z_2 \in \mathbb{Q}$.
- Ratkaise z yhtälöstä
 - $(3 + 4i)\bar{z} = 1 - 2i$,
 - $iz + 2\bar{z} = 3 - i$,
 - $z^2 = -5 + 12i$.