KOMPLEKSIANALYYSI I

Harjoitus 6, kevät 2011

1. Määrää seuraavien funktioiden derivaatat (mikäli ovat olemassa)

   a) $f(z) = \dfrac{z^2+1}{(z^2-1)^2}, z \neq 1$ b) $f(z) = e^{\bar{z}}, z \in \mathbb{C}$,

   c) $f(z) = \mathrm{Im} z,\ z \in \mathbb{C}$, d) $(z) = z\mathrm{Im} z,\ z \in \mathbb{C}$.

2. Todista yhdistetyn funktion derivaattaa koskeva ketjusääntö.

3. Olkoon $f(z) = z^3, z \in S[\frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3})$. Tällöin $f^{-1} : \mathbb{C} \to S[\frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3})$ on olemassa. Määrää $(f^{-1})'(i)$ ja $(f^{-1})'(-1)$.

4. Oletetaan, että g on koko $\mathbb{C}$:ssä analyyttinen funktio.
   Määritellään funktio $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$

   a) $f(z) = g(\bar{z}), z \in \mathbb{C}$, b) $f(z) = \overline{g(\bar{z})}, z \in \mathbb{C}$.

   Tutki onko f analyyttinen $\mathbb{C}$:ssä.

5. Olkoon $f(z) = x^3 - 3xy^2 + i(3x^2y - y^3)$, kun $z = x + iy \in \mathbb{C}$. Tutki onko $f'(z)$ olemassa, kun $z \in \mathbb{C}$. Myönteisessä tapauksessa määrää $f'(z)$.

6. Ratkaise yhtälö
$$e^z = 2 + i.$$