

LUKUTEORIA JA RYHMÄT

Harjoitus 2, kevät 2011

1. Määrää $\text{sy}(a, b)$ ja $\text{py}(a, b)$ seuraaville luvuille ja esitä $\text{sy}(a, b)$ näiden kokonaislukujen lineaarikombinaationa:
 - a) 478 ja 212, b) 201 ja 1024.
 - c) Esitä luku 3 lukujen 201 ja 1024 lineaarikombinaationa.
2. Onko olemassa sellaisia kokonaislukuja r ja s , että $1841r + 3647s = 1$?
3. Olkoot a, b ja m positiivisia kokonaislukuja. Osoita, että $\text{sy}(ma, mb) = m \text{sy}(a, b)$.
4. Todista: Jos $c|ab$, niin $c|\text{sy}(a, c)b$.
5. Osoita, että $13|(3^{215} - 9)$.
6. Määrää luvun 4^{52} kaksi viimeistä numeroa.
7. Todista oikeaksi yhdeksän jaollisuussääntö.
8. Todista seuraava tulos:
Luonnollinen luku on jaollinen luvulla 4, jos ja vain jos sen kahden viimeisen numeron muodostama luku on jaollinen luvulla 4.
9. Osoita, että luku $L=19\ 175\ 478\ 641\ 335$ ei ole minkään luonnollisen luvun neliö.
(Vihje: Tarkastele luonnollisia lukuja ja niiden neliöitä modulo 4).