

LUKUTEORIA JA RYHMÄT

Harjoitus 3, kevät 2011

1. Ratkaise seuraavat kongruenssit

a) $2x \equiv 8(7)$, b) $4x \equiv 10(12)$, c) $5x \equiv 35(40)$,
d) $3x + 5 \equiv 6x + 6(8)$, e) $4x \equiv 7(15)$, f) $66x \equiv 18(630)$.

2. Ratkaise kongruenssit (vertaa tehtävä 1 e))

a) $4x^2 \equiv 7(15)$, b) $x^2 \equiv 1(15)$, c) $x^2 \equiv 2(15)$.

3. Määrää kaikki sellaiset kokonaisluvut x ja y , että $180x + 42y = 6$.

4. Olkoon $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Mitkä seuraavista ovat A :n ekvivalenssirelaatioita:

a) $\{(1, 1), (2, 2), (1, 2), (2, 1), (3, 3), (4, 4)\}$,
b) $\{(1, 1), (2, 2), (2, 4), (3, 3), (3, 4), (4, 4)\}$,
c) $\{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (4, 4)\}$.

5. Määritellään relaatio \sim joukossa \mathbb{Z} seuraavasti:

$a \sim b$, jos on olemassa sellainen kokonaisluku $m \in \mathbb{Z}$, että $a = bm$.

Onko \sim ekvivalenssirelaatio?

6. Määritellään joukossa \mathbb{R} relaatio \sim asettamalla $x \sim y \Leftrightarrow x - y \in \mathbb{Q}$.
Osoita, että \sim on ekvivalenssirelaatio. Määrää $[\sqrt{2}]$.