

Lukuteoria ja ryhmät

Harjoitus 6, kevät 2011

1. Osoita, että $H = \{[1], [9], [11]\}$ on ryhmän $(\mathbb{Z}_{14}^*, \cdot)$ aliryhmä. Määrää aliryhmän H vasemmat ja oikeat sivuluokat.
2. Jos ryhmän kertaluku on 36, niin mitä voit sanoa aliryhmien kertaluvuista?
3. Olkoon G ryhmä. Olkoot $H \leq G$ ja $N(H) = \{a \in G \mid aH = Ha\}$. Osoita, että $N(H) \leq G$.
4. Tutki ovatko seuraavat ryhmät syklisiä.
a) $(\mathbb{Z}_{18}^*, \cdot)$, b) $(\mathbb{Z}_{12}^*, \cdot)$.
5. Osoita, että $(\mathbb{Z}, +)$ on syklinen ryhmä.
6. a) Onko ryhmä $(\mathbb{Z}_{15}^*, \cdot)$ syklinen?
b) Määrää ryhmän $(\mathbb{Z}_{15}^*, \cdot)$ kaikki aliryhmät.
7. Määrää kertalukua 6 olevan syklisen ryhmän $G = \langle a \rangle$ kaikki aliryhmät.