806109 TILASTOTIETEEN PERUSMENETELMÄT I
Harjoitus 9, viikko 11, kevät 2011
(Muut kuin taloustieteiden tiedekunnan opiskelijat)

1. Kahta noppaa heitetään yhden kerran. Olkoon $X = 1$. nopan silmäluku ja $Y = 2$. nopan silmäluku.

a) Määrää X:n (tai vastaavasti Y:n) odotusarvo ja varianssi.

b) Olkoon $Z = X - Y$. Määrää Z:n odotusarvo ja varianssi.

2. Satunnaismuuttuja $X \sim \text{Bern}(p)$.

a) Määrää $E(X)$ ja $D^2(X)$, kun

a1) $p = 0$, a2) $p = 0.2$, a3) $p = 0.5$, a4) $p = 1$.

b) Esitä a)-kohdan todennäköisyysjakaumat graafisesti.

c) Määrää Bern(0.2)-jakauman (edellä kohta a2) kertymäfunktio ja esitä se graafisesti.

3. Satunnaismuuttuja $X \sim$Bin(3,0.25). Määrää X:n

a) todennäköisyysjakauma, b) kertymäfunktio, c) $F(2)$.

4. Vuoden 2006 presidentinvaalin toisella kierroksella olivat vastakkain Tarja Halonen ja Sauli Niinistö. Halonen sai äänistä 51.8% ja Niinistö loput 48.2%, joten Halonen tuli valituksi. Oletetaan, että vaalin toinen kierros olisi korvattu seitsemälle äänestäjälle tehdyllä mielipidetiedustelulla. Tämä seitsemän hengen otos olisi arvottu kaikkien äänestäjien joukosta (arvontojen välillä palauttaen). Millä todennäköisyydellä mielipidekyselyn lopputuloksena Niinistö olisi valittu presidentiksi?

5. Erään välikokeen tehtävässä 1 oli kuusi kohtaa (A-F) ja jokaisessa kohdassa neljä vastausvaihtoehtoa, joista piti valita oikea vaihtoehto. Jokaisessa kohdassa oikeasta vastauksesta sai yhden pisteen, väärästä vastauksesta menetti puoli pistettä, puuttuvasta vastauksesta sai nolla pistettä. Tehtävän yhteispistemäärä oli kuitenkin aina ≥ 0.

a) Opiskelija A tiesi vastauksen varmasti oikein kahteen kohtaan, neljään kohtaan hän vastasi arvaamalla. Mikä on todennäköisyys, että A sai tehtävästä

a1) 6 pistettä, a2) 0 pistettä?

b) Opiskelija B ei muistanut tehtävän käsittelemistä asioista mitään, mutta luotti hyvään onneensa ja vastasi kaikkiin kohtiin arvaamalla. Mikä on todennäköisyys, että B sai tehtävästä

b1) 6 pistettä, b2) 0 pistettä?

6. Epäjatkuvan satunnaismuuttujan X mahdolliset arvot ovat 0, 1, 3, 5 ja 6. X:n kertymäfunktion arvo on aina joko 0, 0.10, 0.30, 0.45, 0.75 tai 1.

a) Määrää X:n todennäköisyysjakauma ja esitä se graafisesti.

b) X:n jakaumasta poimitaan yksinkertaisella satunnaisotannalla palauttaen kahdeksan kappaleen satunnaisotos. Millä todennäköisyydellä saadussa otoksessa on vähintään kolme nelosta suurempaa lukua?

7. Ilmatieteen laitoksen mukaan heinäkuun ensimmäisellä viikolla Suomessa esiintyy keskimäärin 2 trombia. Laske todennäköisyys sille, että vuonna 2011 heinäkuun ensimmäisen viikon aikana esiintyy vähintään 2 trombia.

8. Eräässä kasvinviljelykokeessa aarin (100 neliömetrin) koeala jaettiin yhden neliömetrin koeruutuihin. Kokeessa huomattiin mm. se, että yhteen koeruutuun kasvavien rikkakasvien lukumäärää (=X) voitiin mallittaa Poi(10)-jakauman avulla (ts. $X \sim \text{Poi}(10)$).

a) Millä todennäköisyydellä satunnaisesti valitussa koeruudussa kasvaa täsmälleen 8 rikkakasvia?

b) Kuinka monta rikkakasvia keskimäärin kasvaa satunnaisesti valittujen 30 koeruudun alalla?

Vastauksia tehtäviin:

1. a) 3.5 ja 2.92 b) 0 a 5.83

2. a1) 0 ja 0 a2) 0.2 ja 0.16 a3) 0.5 ja 0.25 a4) 1 ja 0

3. c) 0.9844

4. 0.4607

5. a1) 0.0039 a2) 0.3164 b1) 0.00024 b2) 0.8306

6. b) 0.9116

7. 0.5940

8. a) 0.1126 b) 300