

KOMPLEKSIANALYYSI I

Harjoitus 1, kevät 2012

1. Osoita, että $(z_1 z_2) z_3 = z_1 (z_2 z_3)$ aina, kun $z_1, z_2, z_3 \in \mathbb{C}$.

2. Laske

a) i^k , kun $k = 0, 1, 2, \dots$.

b) i^{-k} , kun $k = 0, 1, 2, \dots$.

3. Määräää $\operatorname{Re} z$ ja $\operatorname{Im} z$, kun

a) $z = (2+3i)(-3+2i)$, b) $z = \frac{4+2i}{3-4i}$, c) $z = \overline{(1+i)} \cdot \frac{1}{(2-i)}$.

4. Ratkaise z yhtälöstä

a) $(3+4i)\bar{z} = 1 - 2i$,

b) $iz + 2\bar{z} = 3 - i$,

c) $z^2 = -5 + 12i$.

5. Osoita, että $|z_1 - z_2| = |1 - \bar{z}_1 z_2|$, kun $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ ja $|z_1| = 1$ tai $|z_2| = 1$.

6. Määräää luvun $z \in \mathbb{C}$ napakoordinaatit, kun

a) $z = -3i$, b) $z = \sqrt{3} - i$, c) $z = 2 - i\sqrt{12}$.