

KOMPLEKSIANALYYSI I

Harjoitus 7, kevät 2012

1. Määräää

a) i^{2i} , b) $(-i)^i$, c) i^{-i} .

2. Määräää funktio $f(z) = \text{Log}z, z \neq 0$, muodossa $f = u + iv$. Tutki toteuttaako se Cauchy-Riemannin yhtälön.

3. Laske raja-arvot

a) $\lim_{z \rightarrow 0} \frac{e^{z^2} - 1}{z^2 + 2z}$, b) $\lim_{z \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos z}{z - \frac{\pi}{2}}$, c) $\lim_{z \rightarrow 0} \frac{\cos 2z - 1}{\sin^2 z}$.

4. Olkoon f alueessa $A \subset \mathbb{C}$ analyyttinen funktio.

- a) Oletetaan, että $f'(z) = 0$ aina, kun $z \in A$. Osoita, että f on vakiofunktio A :ssa.
- b) Oletetaan, että $f = u + iv$ ja u on vakiofunktio A :ssa. Osoita, että f on vakio A :ssa.

5. Laske $\int_{\gamma} \bar{z} dz$, missä

- a) $\gamma = \{z(t) = t + it^2, t \in [0, 1]\}$,
- b) $\gamma = \{z(t) = t^2 + it^4, t \in [0, 1]\}$.

6. Laske $\int_{\gamma} z^2 dz$, missä γ on jono $i \rightarrow 1 + 2i$.