

KOMPLEKSIANALYYSI II

Harjoitus 1, kevät 2012

1. Laske käyräintegraali $\int_{\gamma} \frac{dz}{(z - z_0)^n}$, kun $n = 2, 3, \dots$, kun γ on suljettu säännöllinen käyrä, jolla

a) z_0 on käyrän γ rajaaman alueen ulkopuolella,

b) z_0 on käyrän γ rajaaman alueen sisäpiste.

2. Laske integraali $\int_{\gamma} \frac{1}{z - z_0} dz$, kun $\gamma = \{z | z = z_0 + re^{it}, t \in [0, 2\pi]\}$ ($r > 0$ vakio).

3. Määrää seuraavien funktioiden integraalifunktiot

a) $f(z) = \sin z \cos z$,

b) $f(z) = \cos^2 z$,

c) $f(z) = ze^{2z}$,

d) $f(z) = z^2 \sin z$,

e) $f(z) = z \sin z^2$,

f) $f(z) = e^z \sin z$.

4. Osoita, että $\int_0^{2\pi} e^{\cos t} \cos(t + \sin t) dt = 0$ ja $\int_0^{2\pi} e^{\cos t} \sin(t + \sin t) dt = 0$.

5. Laske käyräintegraali $\int_{\gamma} \sin^2 z dz$, missä γ on jono $0 \rightarrow i$.