

Lukuteoria ja ryhmät

Harjoitus 3 kevät 2012

1. Olkoot a, b, c ja k sellaisia kokonaislukuja, että $c \mid ka$, $c \mid kb$ ja $\text{syt}(a, b) = 1$.
Osoita, että $c \mid k$.
2. a) Todista oikeaksi yhdeksän jaollisuussääntö.
b) Osoita jaollisuussääntöjä käyttämällä, että luku 103257 on jaollinen luvuilla 3, 7, 9 ja 11.
3. a) Todista seuraava tulos:
Luonnollinen luku on jaollinen luvulla 4, jos ja vain jos sen kahden viimeisen numeron muodostama luku on jaollinen luvulla 4.
b) Osoita, että luku $L = 19175478641335$ ei ole minkään luonnollisen luvun neliö. (Vihje: Tarkastele luonnollisia lukuja ja niiden neliöitä modulo 4.)
4. Ratkaise seuraavat kongruenssiyhtälöt:
 - a) $2x \equiv 8 \pmod{7}$,
 - b) $4x \equiv 10 \pmod{12}$,
 - c) $5x \equiv 35 \pmod{40}$,
 - d) $3x + 5 \equiv 6x + 6 \pmod{8}$,
 - e) $4x \equiv 7 \pmod{15}$,
 - f) $17x \equiv 14 \pmod{21}$,
 - g) $66x \equiv 18 \pmod{630}$,
 - h) $423x \equiv 1 \pmod{527}$,
 - i) $4011x \equiv 573 \pmod{5539}$.
5. Määrää kaikki sellaiset kokonaislukuparit x ja y , että
 - a) $180x + 42y = 6$,
 - b) $55x + 33y = 56341235$.