

Permutaatiot, kunnat ja Galois'n teoria

Harjoitus 11, kevät 2012

1. Osoita, että $f(x) = x^2 - 3 \in \mathbb{Q}(\sqrt{2})$ on jaoton.
2. Osoita, että $\mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt{3}) = \mathbb{Q}(\sqrt{2} + \sqrt{3})$.
3. Määrää sellainen polynomi $f(x) \in \mathbb{Z}[x]$, että $f(\sqrt{2} + \sqrt{3}) = 0$.
4. Olkoon K kunta ja $|K| = 2^5$. Kuinka monta primitiivistä alkioita kunnassa K on?
5. Olkoon K paritonta kertalukua oleva kunta ja $A = \{x^2 | x \in K\}$. Osoita, että joukon A alkioden lukumäärä on $= \frac{|K| + 1}{2}$.