

Permutaatiot, kunnat ja Galois'n teoria

Harjoitus 2, kevät 2012

1. Esitä seuraavat permutaatiot erillisten syklien tulona:

$$\text{a) } \alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 4 & 9 & 6 & 5 & 7 & 2 & 8 & 1 & 10 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } \beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ 6 & 9 & 4 & 7 & 5 & 8 & 10 & 1 & 3 & 2 & 12 & 11 \end{pmatrix}.$$

2. Esitä $w = (124)(267)(137) \in S_7$ erillisten syklien tulona.

3. Olkoot α ja β erillisiä syklejä sekä $|\alpha| = k$ ja $|\beta| = d$. Osoita, että $|\alpha\beta| = \text{pyj}(k, d)$.

4. Määrää tehtävän 1 permutaatioiden α ja β kertaluvut.

5. Onko olemassa sellaista permutaatiota α , että

$$\alpha^{-1}(124576)\alpha = (24167)?$$

6. Millainen on kertaluvultaan suurin ryhmän S_{10} alkio?

7. Onko olemassa sellaista ryhmän S_{47} alkioita, jonka kertaluku on 51480?
(Vihje: $51480 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 13$.)